بارم	۸۱	پایهٔ هشتم	آزمون فصل ۹	ریاضی

۱- کدام عبارت درست و کدام عبارت نادرست است؟

الف) زاویهٔ مرکزی زاویه‌ای است. که رأس آن روی محیط دایره باشد.

ب) قطر بزرگترین وتری است. که از مرکز دایره می گذرد. ۱

ج) در هر دایره زاویه های محاطی مقابل به یک کمان باهم برابرند.

د) اگر فاصلهٔ خطی تا مرکز دایره از شعاع دایره کوچکتر باشد، خط و دایره نقطهٔ مشترک ندارند. (یعنی خط دایره را قطع نمی کند)

۲- جاهای خالی را کامل کنید. الف) دو وتر مساوی در دایره کمان های ــــ ایجاد می کنند.

ب) در حالتی که خط بر دایره مماس باشد. خط و دایره ــــ نقطهٔ مشترک دارند.

ج) خطی که از مرکز دایره بر وتر دایره عمود شود. آن وتر را ــــ می کنند. ۱

د) در هر دایره شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس ــــ است.

رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

۳- گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید.

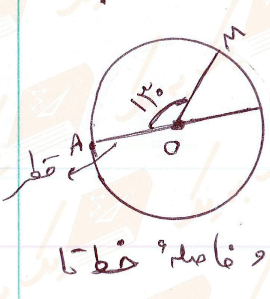
الف) اگر طول کمانی $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره باشد. طول آن برابر است با:

a) $\frac{۲\pi}{۳}$ b) $\frac{۳\pi}{۲}$ c) $\frac{\pi\pi}{۳}$ d) ۲π

ب) در یک دایره که به شش کمان مساوی تقسیم شده است. اندازهٔ هر کمان ــــ است. ۱

a) ۳۶ درجه b) ۴۵ درجه c) ۶۰ درجه d) ۵۰ درجه

ج) در شکل مقابل اندازهٔ کمان MN چند درجه است؟



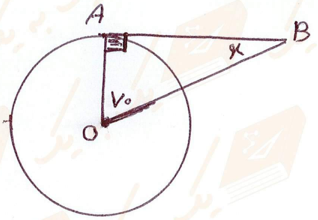
a) ۵۰° b) ۱۳۰° c) ۲۵° d) ۶۵°

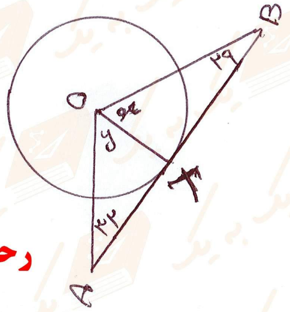
د) خط a دایره را قطع نکرده است، اگر شعاع دایره را با r و فاصلهٔ خط تا مرکز دایره را با OH نشان دهیم. کدام رابطه درست است؟

OH<۲ (a   OH=۲ (b   OH>۲ (c   d) هر سه رابطه نادرست است .

ریاضی | آزمون فصل ⑨ | پایه‌ی هشتم | ۸۲

۴- در هر شکل AB بر دایره مماس است، اندازه‌ی زاویه مجهول را پیدا کنید. ۱

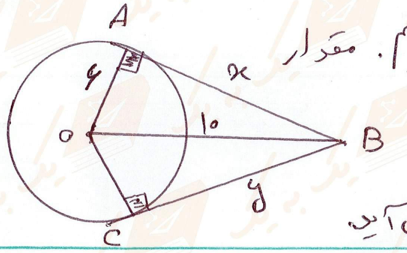




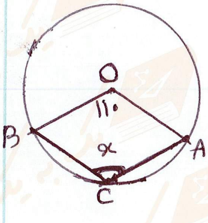
رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

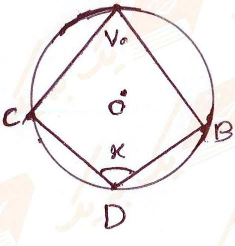
۵- الف) از نقطه B دو مماس بر دایره رسم کرده‌ایم. مقدار x و y را به دست آورید. ۱

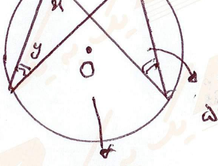
ب) چه نتیجه‌ای از پاسخ سؤال فوق به دست می‌آید.



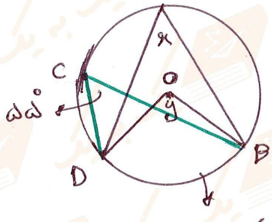
۶- در شکل‌های زیر اندازه‌ی زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید. ۳



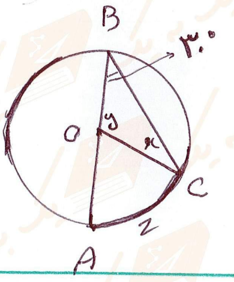


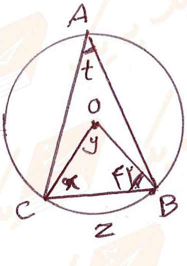


O مرکز دایره نیست



O مرکز دایره است.



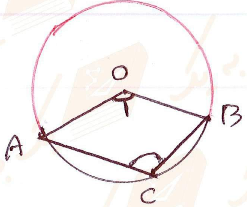


/۷۵ ۷- در شکل مقابل اندازهٔ کمان $\overset{\frown}{ACB}$ برابر x درجه است،

الف) اندازهٔ زاویهٔ $\hat{O}_1$ را برحسب x بنویسید.

ب) اندازهٔ کمان قرمز را برحسب x بنویسید.

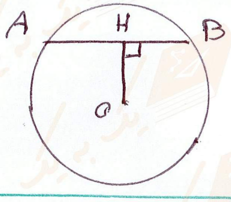
ج) اندازهٔ زاویهٔ C را برحسب x بنویسید.



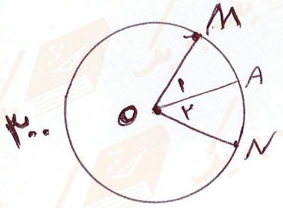
صفحه				
ریاضی	آزمون فصل ۹	پایهٔ هشتم	۸۳	

۱ ۸- در شکل مقابل شعاع دایره ۵ سانتی‌متر و $OH=3^{cm}$ می‌باشد.

طول وتر AB را به دست آورید.

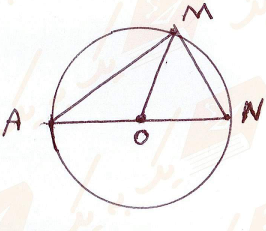


۱ ۹- در شکل مقابل OA نیمساز زاویهٔ $\hat{O}$ است. اندازهٔ زاویهٔ $\hat{O}_1$ را به دست آورید.

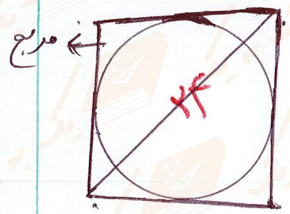


رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

۱ ۱۰- در شکل مقابل قطر دایره مساوی 10^{cm} و وتر MN نصف قطر دایره است. اندازهٔ زاویهٔ A را به دست آورید.



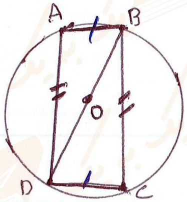
۱ ۱۱- مربعی به قطر ۲۴ سانتی‌متر داریم. در داخل این مربع دایره‌ای رسم شده است قطر این دایره را حساب کنید.



۱۲- در شکل زیر ضلع‌های روبرو با هم برابرند. چرا چهارضلعی مستطیل است؟

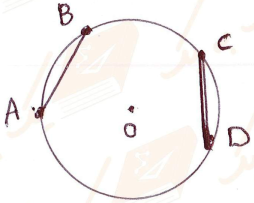
ب) شعاع دایره برابر ۵ و عرض مستطیل برابر $\sqrt{19}$ سانتی متر است. ۱

طول مستطیل را به دست آورید.

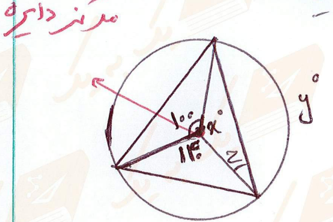


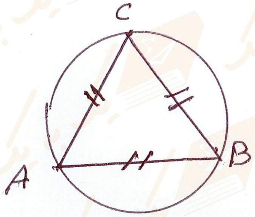
۱۳- فرض کنید. $\overline{AB} = \overline{CD}$ (دو وتر AB و CD با هم برابرند) ۱

ثابت کنید. $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ دو کمان



۱۴- در هر شکل کمان و زاویه‌های مجهول را به دست آورید. ۱





$\hat{A} =$

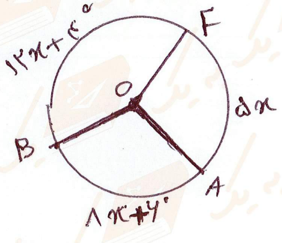
$\hat{B} =$

$\overset{\frown}{AC} =$

۱۵- در دایره‌ی مقابل یک پنج ضلعی منتظم رسم کنید. ۲

۱۶- الف) مقدار x را به دست آورید. ۱

ب) اندازه‌ی زاویه‌ی FOA را به دست آورید.



۱۷- جدول زیر را کامل کنید. ($360^\circ = 2\pi$)

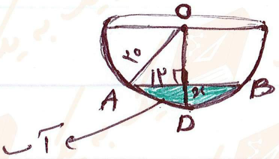
رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

۱

۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۲۰°	۱۸۰°	کمان
۳۰					۱۸۰	زاویه‌ی مرکزی مقابل
$\frac{\pi}{6}$					π	طول کمان

۱۸- در کاسه‌ی کروی روبه‌رو مقداری آب ریخته‌ایم. $\overline{AB}$ برابر ۲۴ سانتی‌متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟

۱٫۲۵

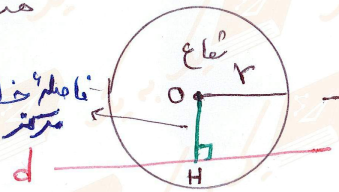


عمق آب = x

۱- الف) ✗ ← زاویهٔ مرکزی زاویه‌ای است که رأس آن روی مرکز دایره باشد.

ب) ✓ ☆ ج) ✓ ← چون همهٔ زاویه‌های محاطی مقابل به یک کمان با نصف همان کمان هستند.

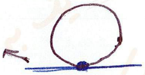
د) ✗ ← پس خط و دایره دو نقطهٔ مشترک دارند.



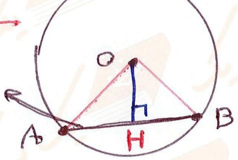
$\rightarrow OH < ۲ \Longrightarrow$

۲- الف) کمان‌های مساوی ایجاد می‌کنند ← نکته) اگر در دایره دو وتر برابر باشند، کمان‌های مقابلشان نیز برابر می‌شوند. و اگر کمان‌ها برابر باشند، وترهای مقابلشان با هم برابر می‌شود.

ب) یک ← مانند این شکل

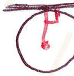


ج) نصف ← مانند این شکل



چون دو مثلث OHB و OHA به حالت وتر و یک ضلع با هم برابر می‌شوند
وتر
پس AH = HB

د) عمود ← مانند



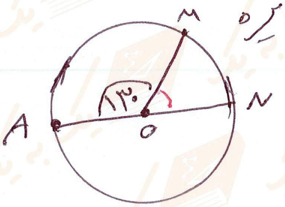
۳- الف) گزینهٔ a صحیح است، زیرا ← $\frac{۲\pi}{۳} = \frac{۱}{۳}$ محیط ← $۲\pi = ۳۶۰° =$ محیط دایره

$\pi = ۱۸۰°$

ب) گزینهٔ c صحیح است، زیرا ← $۶۰° = ۶ \div ۳۶۰ =$ محیط دایره

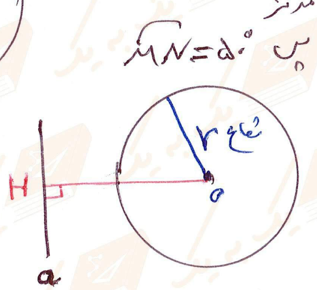
ج) گزینهٔ a صحیح است، زیرا ← زاویهٔ مرکزی $۱۸۰ - ۱۳۰ = ۵۰°$

پس $MN = ۵۰°$



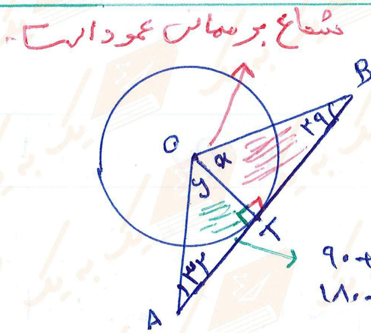
د) گزینهٔ c صحیح است، زیرا ←

$OH > ۲$ ←



رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

-۴



۹۰ + ۲۹ = ۱۱۹

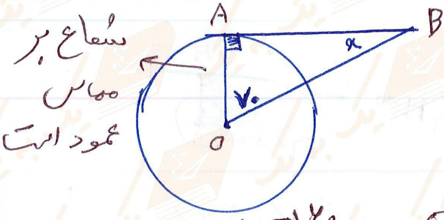
۱۸۰ − ۱۱۹ = ۶۱

$\boxed{x = ۶۱}$

۹۰ + ۳۲ = ۱۲۲

۱۸۰ − ۱۲۲ = ۵۸

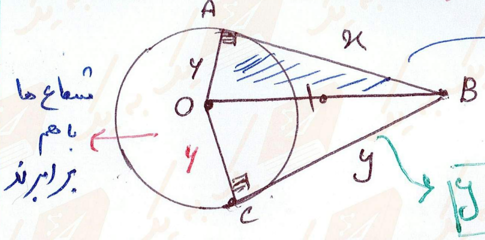
$\boxed{y = ۵۸}$



۹۰ + ۷۰ = ۱۶۰

۱۸۰ − ۱۶۰ = ۲۰ → $\boxed{x = ۲۰°}$

۵- الف)



$۱۰^۲ = x^۲ + ۶^۲$

$۱۰۰ = x^۲ + ۳۶ \Rightarrow x^۲ = ۱۰۰ - ۳۶ = ۶۴$

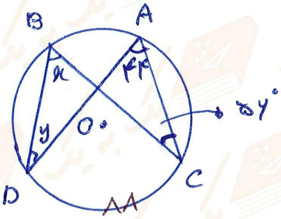
$x = \sqrt{۶۴} = ۸$

$\boxed{y = ۸}$

ب) نتیجه می گیریم. اگر از یک نقطه در خارج دایره دو مماس رسم کنیم، اندازهٔ مماس های رسم شده با هم برابر می شوند.

رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

-۶



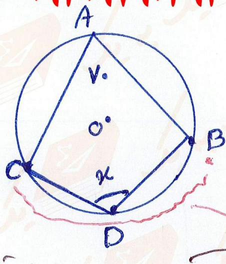
A محاطی $A = ۴۴° \Rightarrow \overset{\frown}{DC} = ۸۸°$

B محاطی است و مقابل به کمان $\overset{\frown}{DC}$

پس $\hat{B} = x = ۴۴°$

و C محاطی $C = ۵۶ \to \overset{\frown}{AB} = ۱۱۲$

$\hat{D} = y = \frac{۱۱۲}{۲} = ۵۶$



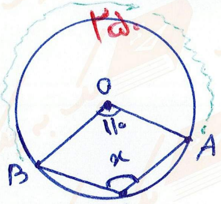
A محاطی است $\Rightarrow \overset{\frown}{BDC} = ۱۴۰°$

۳۶۰ − ۱۴۰ = ۲۲۰

$\overset{\frown}{BAC} = ۲۲۰$

D محاطی $\hat{D} = \frac{\overset{\frown}{BAC}}{۲} = \frac{۲۲۰}{۲} = ۱۱۰$

$\boxed{x = ۱۱۰°}$



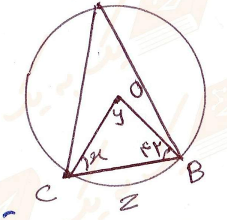
زاویهٔ O مرکزی است، پس با کمان مقابلش مساوی است، یعنی

$\overset{\frown}{ACB} = ۱۱۰$

محیط دایره = ۳۶۰ → ۳۶۰ − ۱۱۰ = ۲۵۰

$\overset{\frown}{AB} = ۲۵۰ \Rightarrow x = \frac{۲۵۰}{۲} = ۱۲۵°$

کمان بزرگ بالایی



مثلث oBC متساوی‌الساقین
است (چون شعاع‌ها با هم برابرند)

$\hat{B} = \hat{C} = ۴۲^\circ \Rightarrow \boxed{x = ۴۲}$

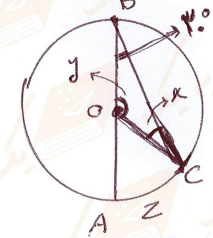
$۴۲ + ۴۲ = ۸۴$

$۱۸۰ - ۸۴ = ۹۶$

$\boxed{y = ۹۶}$

زاویه‌ی مرکزی $y = \overset{\frown}{BC} = ۹۶^\circ$

$\boxed{z = ۹۶}$



محاطی $B = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۲ \times ۳۰$

$\overset{\frown}{AC} = ۶۰^\circ \Rightarrow z = ۶۰^\circ$

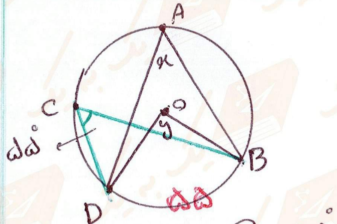
مثلث oBC متساوی‌الساقین
است. (oC = oB)

پس $\hat{B} = \hat{C} = ۳۰^\circ$

$۳۰ + ۳۰ = ۶۰$

$۱۸۰ - ۶۰ = ۱۲۰^\circ$

$\hat{o} = \hat{y} = ۱۲۰^\circ$

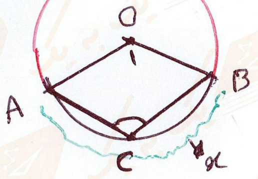


محاطی $\hat{C} = ۵۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BD} = ۵۵^\circ$

زاویه‌ی مرکزی $y = \overset{\frown}{BD} = ۵۵^\circ$

محاطی $x = \frac{BD}{۲} = \frac{۵۵}{۲} = ۲۷٫۵$

۷- الف) زاویه‌ی O_1 مرکزی است، پس با کمان مقابلش مساوی است.

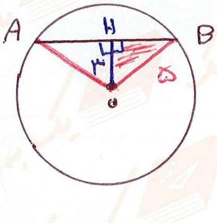


$\hat{O}_1 = \overset{\frown}{ACB}$

ب) محیط دایره $= ۳۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AB}$ کمان قرمز $= ۳۶۰^\circ - x$

ج) زاویه‌ی $\hat{C}$ محاطی است. $= \frac{\overset{\frown}{AB} \leftarrow \text{کمان قرمز}}{۲} = \frac{۳۶۰ - x}{۲}$

۸-



رابطه‌ی فیثاغورس →

$OB^2 = OH^2 + BH^2$

$۵^2 = ۳^2 + BH^2 \Rightarrow ۲۵ = ۹ + BH^2 \Rightarrow BH^2 = ۲۵ - ۹$

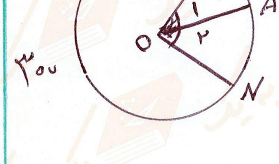
$BH^2 = ۱۶ \Rightarrow BH = \sqrt{۱۶} = ۴$ سم

و همین‌طور AH = ۴ خواهد بود، پس سم

$AB = ۴ + ۴ = ۸$

رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

۹-



محیط دایره = ۳۶۰

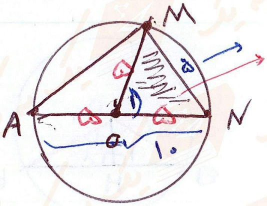
کمان بزرگ = ۳۰۰

MN (کمان سمت چپ)

$\Longrightarrow \overset{\frown}{MAN} = ۳۶۰ - ۳۰۰ = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{O} = ۶۰^\circ$

و چون OA نیمساز است، پس

$\boxed{\hat{O}_1 = ۳۰^\circ}$

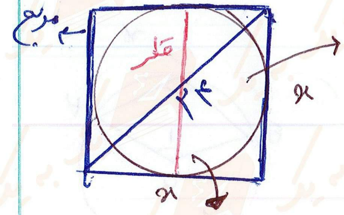


۱۰- شعاع $\overset{\text{قطر دایره}}{MN} \Rightarrow OA = ON = OM$ ، $10 \div 2 = 5$

پس مثلث OMN متساوی الاضلاع است. پس

$\hat{M} = \hat{N} = \hat{O}_1 = 60°$ ⇐ زاویه‌ی مرکزی $\hat{O}_1 = \widehat{MN} = 60°$

زاویه‌ی A محاطی $= \frac{\widehat{MN}}{2} = \frac{60}{2} = 30°$



۱۱- فیثاغورس $24^2 = x^2 + x^2$

$576 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{576}{2} = 288$

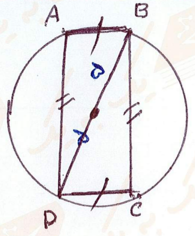
$x = \sqrt{288} \simeq 17$

قطر دایره با ضلع مربع مساوی است.

پس قطر دایره می‌شود: $\sqrt{284} \simeq 17$

یا

جذر هم نگیریم درست است.



۱۲- الف) چون چهارضلعی ABCD ضلع‌های روبرویش با هم برابر است

و زاویه‌های این چهارضلعی چون مقابل به قطر هستند.

پس هر چهار زاویه ۹۰° می‌شود. (قطر AC را در نظر گرفتیم)

یعنی ($\hat{A} = \hat{C} = \frac{180}{2} = 90$ و $\hat{B} = \hat{D} = \frac{180}{2} = 90°$)

و هر چهارضلعی که ضلع‌های روبرویش با هم برابر باشد. و زاویه‌هایش ۹۰° باشد، مستطیل است.

ب) شعاع دایره = ۵ ⇐ قطر = ۱۰ ⇐ ۱۰ = قطر مستطیل $\xrightarrow{\text{فیثاغورس}}$ $10^2 = \sqrt{19}^2 + x^2$ ← طول مستطیل

عرض $= \sqrt{19}$

$100 = 19 + x^2$

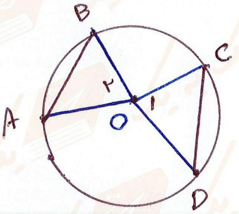
$x^2 = 100 - 19 = 81 \Rightarrow x = \sqrt{81} = 9$

$\boxed{\text{طول} = 9\ cm}$

$\sqrt{19}^2 = \sqrt{19} \times \sqrt{19} = \sqrt{361} = 19$

کلاً هر عدد رادیکالی به توان دو برسد. رادیکال حذف می‌شود

رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲



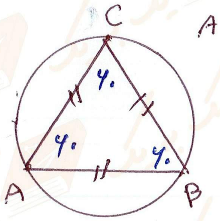
۱۳- نقطه O را به A و B و C و D وصل می‌کنیم. تا دو مثلث تشکیل شود. ثابت می‌کنیم. دو مثلث با هم همنهشت هستند (برابرند)

$$\begin{cases} OB = OC & \text{شعاع دایره} \\ OA = OD & \text{شعاع دایره} \\ AB = DC & \text{فرض شده} \end{cases} \xRightarrow{\text{ض ض ض}} \overset{\triangle}{OAB} \cong \overset{\triangle}{OCD} \xRightarrow[\text{با هم برابر می‌شود.}]{\text{اجزای متناظر}}$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$$

دو زاویه مرکزی با هم برابرند. پس کمان‌های متناظرشان نیز برابر می‌شوند.

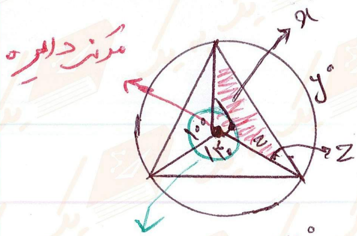
۱۴- چون مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. پس $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۶۰°$



$\hat{B}$ محاطی است $\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}$

$\frac{۶۰}{۱} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}$

$\boxed{AC = ۲×۶۰ = ۱۲۰°}$



y با زاویه مرکزی مقابلش مساوی است.

$\boxed{y = ۱۲۰°}$

$\underline{۱۴۰° + ۱۰۰°} + x = ۳۶۰°$

$۲۴۰° + x = ۳۶۰°$

$x = ۳۶۰° - ۲۴۰° = ۱۲۰$

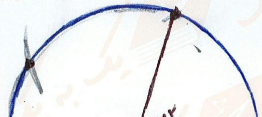
$\boxed{x = ۱۲۰°}$

مثلث رنگ شده متساوی‌الساقین است.

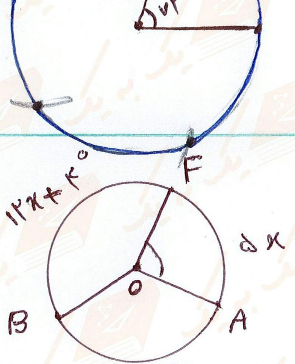
$۱۸۰ - ۱۲۰ = ۶۰$

$۶۰ ÷ ۲ = ۳۰$

$\boxed{z = ۳۰}$



۱۵- ابتدا یک دایره رسم می‌کنیم. در مرکز دایره به وسیله نقاله یک زاویه ۷۲° رسم می‌کنیم. چون زاویه مرکزی با کمان مقابلش مساوی است. کمان روبرویش ۷۲° می‌شود. دهانه پرگار را به اندازه کمان ۷۲° باز کرده. و در محیط دایره پشت سر هم کمان می‌زنیم. پس دایره به ۵ قسمت مساوی تقسیم می‌شود.



۱۶- الف) محیط دایره ۳۶۰° است. پس

$۱۲x + ۴° + ۸x + ۶° + ۵x = ۳۶۰°$

$۲۵x + ۱۰° = ۳۶۰° \Rightarrow ۲۵x = ۳۶۰° - ۱۰° = ۳۵۰°$

$x = \frac{۳۵۰}{۲۵} = ۱۴$

ب) $F\hat{O}A = ۵x = ۵×۱۴ = ۷۰°$

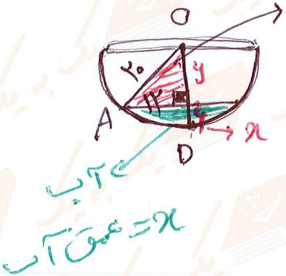
$F\hat{O}A = ۷۰°$

۱۷- (۳۶۰ = ۲۲۱)

رحیم انوری (دبیر ریاضی ابتدایی و متوسطه اول)
شماره تماس: ۰۹۳۰۹۷۹۰۳۹۲

۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۲۰°	۱۸۰°	کمان
۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۲۰°	۱۸۰°	زاویه مرکزی مقابل
$\frac{\pi}{۶}$	$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۲\pi}{۳}$	π	طول کمان

۱۸- در این مثلث رابطه‌ی فیثاغورس را می‌نویسیم



$$۲۰^۲ = ۱۲^۲ + y^۲ \Rightarrow ۴۰۰ = ۱۴۴ + y^۲$$

$$y^۲ = ۴۰۰ - ۱۴۴ = ۲۵۶$$

$$y = \sqrt{۲۵۶} = ۱۶$$

$$\boxed{y = ۱۶}$$

چون OA و OD هر دو شعاع دایره هستند، پس $OA = OD = ۲۰$

پس $x = ۲۰ - ۱۶ = ۴$